UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2002/2003

Februari / Mac 2003

EUM 102/4 - MATEMATIK KEJURUTERAAN II
EUM 112/4 - KAEDAH BERANGKA & STATISTIK KEJURUTERAAN

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN (8)** muka surat bercetak dan **TUJUH (7)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan sahaja.

Setiap soalan bernilai 20 markah.

Jawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Pada soalan-soalan yang berkenaan, takrif $j = \sqrt{-1}$ digunakan.

Buku rumus disediakan.

Mesinkira boleh digunakan.

.../2

1. (a) Katakan X adalah pembolehubah rawak diskrit dengan fungsi kebarangkalian diberikan sebagai

X	-2	-1	0	1	2
p(x)	1/8	2/8	2/8	2/8	1/8

Tentukan

(i) $p(x \leq 2)$

(ii) $p(x > -2)$

(iii) $p(-1 \leq x \leq 1)$

(iv) $p(x \leq -1$ atau $x = 2)$

(2 markah)

(b) 100 buah cakera padat yang dibekalkan oleh kilang Q-tech telah dianalisa satu persatu bagi menguji tahap ketahanan kecalaran dan ketahanan kejutan letrik. Keputusan analisa tersebut diringkaskan seperti di bawah.

		Ketahanan kejutan letrik	
		Tinggi	Rendah
Ketahanan kecalaran	Tinggi	70	9
	Rendah	16	5

Katakan A adalah peristiwa cakera padat mempunyai ketahanan kejutan elektrik yang tinggi manakala B adalah peristiwa cakera padat mempunyai ketahanan kecalaran yang tinggi. Jika satu cakera padat diambil secara rawak, tentukan kebarangkalian setiap yang berikut ,

(i) $p(A)$

(ii) $p(B)$

(iii) $p(A^c)$

(iv) $p(A^c \, U \, B)$

(6 markah)

.../3

(c) Sebuah agensi pelancongan mengiklankan pakej-pakej pelancongannya menerusi internet. Berdasarkan pengalaman agensi tersebut, semakin banyak halaman yang dilawati oleh seseorang pelawat menerusi laman webnya maka semakin tinggilah kebarangkalian pelawat itu akan menghubungi agensinya. Berpandukan maklumat-maklumat di bawah, jawab soalan-soalan berikut.

Bilangan laman dilawati	1	2	3	4 dan lebih
% pelawat	40	30	20	10
% pelawat membuat hubungan	10	10	20	40

(i) Cari kebarangkalian bahawa seorang pelawat menghubungi agensinya.

(ii) Jika seorang pelawat menghubungi agensinya, apakah kebarangkalian pelawat itu telah melawat 4 atau lebih halaman menerusi laman webnya.

(6 markah)

(d) Kebarangkalian bahawa satu spesimen melebihi tahap pencemaran yang ditetapkan ialah 0.10. Empat sampel diperiksa satu persatu.

(i) Apakah kebarangkalian bahawa tiada satu pun spesimen yang melebihi tahap pencemaran?

(ii) Apakah kebarangkalian bahawa tepat satu spesimen melebihi tahap pencemaran?

(iii) Apakah kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya satu sampel melebihi tahap pencemaran?

(6 markah)

2. (a) Bilangan kecacatan yang dikesan pada kain tenunan yang dihasilkan oleh satu mesin adalah tertabur secara Poisson dengan min 0.1 kecacatan per minit. Apakah kebarangkalian bahawa

(i) terdapat 1 kecacatan bagi setiap 10 minit?

(ii) tiada kecacatan bagi setiap 30 saat?

(iii) sekurang-kurangnya 2 kecacatan bagi setiap 30 saat?

(iv) selebih-lebihnya 2 kecacatan bagi setiap 30 saat?

(4 markah)

(b) Masa yang diambil oleh suatu sel untuk bermitosis adalah tertabur secara normal dengan min, $\mu = 1$ jam dan sisihan piawai, $\sigma = 5$ minit.

(i) Apakah kebarangkalian bahawa sel itu telah bermitosis dalam masa kurang daripada 45 minit ?

(ii) Apakah kebarangkalian bahawa sel itu mengambil masa lebih daripada 65 minit untuk bermitosis ?

(iii) Apakah masa yang diambil oleh sel jika kebarangkalian sel telah bermitosis adalah 99 % ?

(6 markah)

(c) Seorang jurutera daripada bahagian kawalan mutu mengambil 25 sampel botol yang dikeluarkan oleh kilang *A&Z* bagi tujuan menguji ketebalan dinding setiap botol. Didapati min sampel ialah 4.05 mm dan sisihan piawai sampel, $s = 0.08$ mm. Cari selang keyakinan 95% bagi min ketebalan dinding botol.

Seterusnya, terangkan dengan ringkas selang yang telah anda bina ini.

(4 markah)

(d) Seorang pakar perubatan telah berjaya mencipta satu organ tiruan yang diperbuat daripada titanium dan plastik. Organ tersebut bergantung kepada kuasa bateri untuk berfungsi. Pakar tersebut mendakwa bahawa bateri tersebut perlu dicaj semula setiap 4 jam sekali. Satu sampel rawak bersaiz 50 diambil dan didapati min jangka hayat sampel adalah 4.05 jam. Katakan jangka hayat bateri tertabur secara normal dengan sisihan piawai, $\sigma = 0.2$ jam, adakah terdapat bukti untuk menyokong dakwaan bahawa min jangka hayat bateri adalah melebihi 4 jam?

(6 markah)

.../5

3. (a) W dan Z adalah 2 nombor kompleks yang memenuhi persamaan serentak di bawah.

$$4Z + 3W = 23$$
$$Z + Wj = 6 + 8j$$

Cari kedua-dua sebutan W dan Z dalam sebutan $x + yj$.

(4 markah)

(b) Mengikut teorem De Moivre,

$$(\cos\theta + j\sin\theta)^n = \cos n\theta + j\sin n\theta .$$

Jika diberi $Z = \cos\theta + j\sin\theta$, carilah nilai-nilai bagi $Z^n + Z^{-n}$ dan $Z^n - Z^{-n}$.

Seterusnya, carilah identiti bagi

(i) $\sin 5\theta$

(ii) $\sin^5\theta$

(8 markah)

(c) Tukarkan nombor kompleks berikut ke bentuk kutub.

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j$$

Seterusnya, carilah nilai-nilai bagi $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j\right)^{-\frac{1}{3}}$.

Tunjukkan punca-punca yang telah anda perolehi di atas Gambarajah Argand.

(8 markah)

.../6

4. (a) Berat baja yang diperlukan pada setiap bulan oleh ladang tertentu bergantung kepada purata suhu pada bulan tersebut. Berdasarkan maklumat pada tahun lepas, berat baja dan suhu pada setiap bulan ditunjukkan dalam jadual di bawah.

BULAN	**SUHU, (X)**	**BERAT BAJA , (Y)**
Januari	21	185.79
Februari	24	214.47
Mac	32	288.03
April	47	424.84
Mei	50	454.58
Jun	59	539.03
Julai	68	621.55
Ogos	74	675.06
September	62	562.03
Oktober	50	452.93
November	41	369.95
December	30	273.98

(i) Dapatkan garis regresi linear, $Y = \alpha + \beta X$ bagi data di atas dengan menggunakan kaedah kuasa dua terkecil.

(ii) Jika purata suhu adalah $60° C$, tentukan anggaran terbaik bagi berat baja yang diperlukan.

(10 markah)

(b) Diberikan persamaan pembezaan $\frac{dy}{dx} = x(2-y)+y$ yang melalui titik awal $(0,1)$. Gunakan Kaedah Satu-langkah Euler untuk membinakan jadual penyelesaian untuk nilai-nilai $x = 1(0.5)2$.

(4 markah)

(c) Dengan menggunakan sama ada Kaedah Segiempat Tepat ataupun Kaedah Trapezium, anggarkan nilai π tepat sehingga enam tempat perpuluhan.

(6 markah)

5. (a) Diberikan sistem persamaan linear $AX = B$, apakah syarat supaya sistem ini mempunyai penyelesaian yang unik?

(2 markah)

.../7

(b) Pada suatu hari di sebuah pasaraya, Rini membeli beberapa buah epal, beberapa buah oren dan beberapa buah mangga. Husna pula membeli dua kali bilangan buah epal, tiga kali bilangan buah oren dan sama bilangan buah mangga yang Rini telah beli. Tidak lama kemudian, Theam Foo pula membeli bilangan buah epal yang sama, dua kali bilangan buah oren dan tiga kali bilangan buah mangga yang Rini telah beli. D iberitahu j uga b ahawa j umlah b ilangan buah yang R ini, H usna dan Theam Foo telah beli ialah tujuh, sebelas dan lima belas buah masing-masing.
Dengan menggunakan kaedah songsangan matriks, kirakan bilangan buah-buah epal, oren dan mangga yang setiap seorang telah beli.

(9 markah)

(c) Gunakan Petua Simpson untuk menganggarkan $\int_1^4 \frac{x^5}{120}dx$. Gunakan enam subselang dan berikan jawapan anda tepat kepada enam angka perpuluhan.
Kirakan ralat untuk pengiraan di atas dan berikan jawapan anda dalam bentuk selang.

(9 markah)

6. (a) Gunakan salah satu daripada satu kaedah penguraian LU untuk menyelesaikan sistem persamaan linear berikut:

$$x + y - 2z = 5$$
$$2x - y - z = 1$$
$$-x + y + z = 0$$

(9 markah)

(b) Katakan kita dikehendaki menyelesaikan masalah $f(x) = 0$ dengan kaedah Newton-Raphson. Jika kita pilih x_0 sebagai nilai awal, apakah syarat supaya x_0 yang dipilih tidak akan menyebabkan kegagalan kaedah Newton-Raphson ini?

(3 markah)

.../8

(c) Diberitahu bahawa anggaran awal untuk $\sqrt{k}$ ialah a. Gunakan kaedah Newton-Raphson untuk membuktikan bahawa anggaran untuk $\sqrt{k}$ yang lebih tepat ialah $\frac{1}{2}\left(a+\frac{k}{a}\right)$.

Seterusnya, gunakan keputusan yang di atas dengan anggaran awal $a=1$ untuk mengirakan $\sqrt{2}$ tepat sehingga enam tempat perpuluhan.

(8 markah)

7. (a) Diberikan matriks $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Kirakan nilai-nilai eigen, λ, dan vektor-vektor eigen, X bagi matrik A.

(6 markah)

(b) Diberikan titik-titik data $(-1,0)$, $(0,-2)$, $(2,6)$ dan $(-2,-2)$. Gunakan sama ada Kaedah Lagrange ataupun Kaedah beza-bahagi Newton untuk menganggarkan nilai y apabila $x=1$.

(8 markah)

(c) Diberi persamaan pembezaan peringkat satu berikut:

$$\frac{dy}{dx}=\sin(x+y)$$

yang melalui titik awal $(1,1)$. Jadualkan nilai-nilai yang berkenaan untuk $x=1(0.5)2$ dengan Kaedah Runge-Kutta peringkat 4.

(Nilai-nilai perlu diberikan tepat sehingga enam tempat perpuluhan.)

(6 markah)

oooOOOooo